

# Mathématiques MPSI – Plan

Louis Alvin

30 mars 2021

## Chap 1A : Logique et raisonnement

1. Logique élémentaire
2. Les différents types de raisonnement

## Chap 1B : Ensemble, application et relation

1. Ensemble
2. Les applications
3. Relation binaire

## Chap 2 : Calcul algébrique

1. Somme
2. Factorisation de  $a^n - b^n$  et dénombrement
3. Produit
4. Système linéaire d'équations

## Chap 3 : Les nombres complexes

1. Généralités
2. Trigonométrie
3. Trinôme
4. Racine  $n$ -ième d'un complexe
5. Autres propriétés
6. Interprétation géométrique et complexe
7. L'exponentiel complexe

## Chap 4 : Les fonctions numériques

1. L'ensemble  $\mathbb{R}$
2. Fonctions à variables réelles
3. Les fonctions usuelles
4. Le calcul d'intégrale
5. Les équations différentielles

## Chap 5 : L'ensemble $\mathbb{R}$

1. Les insuffisances de  $\mathbb{Q}$
2. Propriétés de  $\mathbb{N}$
3. Propriétés de  $\mathbb{R}$

## Chap 6 : Les suites

1. Généralités
2. Limite d'une suite
3. Les théorèmes importants
4. Suites particulières
5. Les suites du type  $\begin{cases} u_{n_0} \text{ donné} \\ \forall n \geq n_0, u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$
6. Autres propriétés
7. Suites à valeurs dans  $\mathbb{C}$

## Chap 7 : Relation de domination, de négligeabilité, d'équivalence

1. Généralités
2. Relation de domination
3. Relation de négligeabilité
4. La relation d'équivalence pour les suites

## Chap 8 : Limite et continuité

1. Limite
2. Opérations sur les limites
3. Théorèmes d'inégalités
4. Caractérisation séquentielle de la limite
5. Limite à droite et à gauche

## Chap 9 : Dérivabilité

1. Dérivabilité en un point
2. Dérivabilité sur un intervalle
3. Dérivées d'ordre  $n$
4. Fonctions à valeurs complexes

## Chap 10 : Analyse asymptotique

1. Relations de comparaison
2. Approximation par la tangente
3. La formule de Taylor-Young
4. Développement limité
5. Développement asymptotique

## Chap 11 : Les groupes

1. Généralités
2. Les sous-groupes
3. La structure d'anneau
4. Structure de corps

## Chap 12 : Arithmétique

1. Divisibilité et division Euclidienne
2. PGCD et PPCM
3. Entiers premiers entre eux
4. PGCD de  $n$  entiers
5. Les nombres premiers
6. Congruence

**Chap 13 : Polynômes formels à une indéterminée**

1. Généralités
2. Diviseur, multiple et division Euclidienne
3. Racine d'un polynôme
4. Déivation formelle
5. Relations entre coefficients et racines
6. Les polynômes de Lagrange
7. Arithmétique des polynômes
8. Décomposition d'un polynôme en facteurs irréductibles

**Chap 14 : Le corps des fractions rationnelles**

1. Généralités
2. Représentants irréductibles d'une fraction
3. Degré d'une fraction
4. Partie entière d'une fraction, pôle et racine
5. Décomposition en éléments simples

**Chap 15 : Les espaces vectoriels**

1. Généralités
2. Famille génératrice, libre, base
3. Les applications linéaires

**Chap 16 : Espaces vectoriels en dimension finie**

1. Généralités
2. Exemples fondamentaux
3. Sous-espace vectoriel
4. Famille libre, génératrice, base
5. Dimension et somme vectorielle
6. Applications linéaires
7. Applications linéaires en rang fini

**Chap 17 : Calcul matriciel**

1. Espaces de matrices
2. L'anneau des matrices carrées  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$

**Chap 18 : Matrices et applications linéaires**

1. Matrices et applications linéaires
2. Changement de base, équivalence et similitude

**Chap 19 : Opérations élémentaires et systèmes linéaires**

1. Opérations élémentaires sur les matrices
2. Systèmes linéaires

**Chap 20 : Groupe symétrique**

1. Le groupe symétrique
2. Décomposition d'une permutation
3. Signature d'une permutation

**Chap 21 : Déterminant**

1. Formes multilinéaires
2. Déterminant d'une famille de  $n$  vecteurs dans une base
3. Déterminant d'un endomorphisme
4. Déterminant d'une matrice carrée
5. Calculs de déterminants

**Chap 22 : Ensembles finis et dénombrement**

1. Ensembles finis
2. Dénombrement

**Chap 23 : Probabilités sur un univers fini**

1. Expériences aléatoires et évènements
2. Probabilité
3. Probabilités conditionnelles
4. Indépendance

**Chap 24 : Variables aléatoires sur un espace probabilisé fini**

1. Notion de variable aléatoire
2. Espérance d'une variable aléatoire réelle
3. Variance et écart-type
4. Lois usuelles

**Chap 25 : Vecteurs aléatoires**

1. Couple de variables aléatoires
2. Indépendance de variables aléatoires
3. Covariance

**Chap 26 : Espaces préhilbertiens réels**

1. Produit scalaire
2. Orthogonalité
3. Bases orthogonales, bases orthonormées (ou orthonormales)
4. Projection orthogonale, distance à un sous-espace de dimension finie
5. Hyperplans d'un espace euclidien
6. Produit mixte dans un espace euclidien

**Chap 27 : Isométries et matrices orthogonales**

1. Isométries vectorielles
2. Matrices orthogonales
3. Isométries vectorielles en dimension 2

**Chap 28 : Séries numériques**

1. Généralités
2. Séries à termes positifs
3. Séries absolument convergentes
4. Représentation décimale des réels

**Chap 29 : Intégration sur un segment**

1. Intégration des fonctions en escalier
2. Fonctions uniformément continues
3. Fonctions continues par morceaux
4. Intégrale d'une fonction continue par morceaux
5. Sommes de Riemann
6. Brève extension aux fonctions à valeurs complexes

**Chap 30 : Intégration et dérivation**

1. Primitives et intégrales
2. Formules de Taylor
3. Retour sur les développements limités
4. Brève extension aux fonctions à valeurs complexes
5. Calcul de primitives