

Mathématiques MPSI – Plan

Louis Alvin

30 mars 2021

Chap 1A : Logique et raisonnement

1. Logique élémentaire
2. Les différents types de raisonnement

Chap 1B : Ensemble, application et relation

1. Ensemble
2. Les applications
3. Relation binaire

Chap 2 : Calcul algébrique

1. Somme
2. Factorisation de $a^n - b^n$ et dénombrement
3. Produit
4. Système linéaire d'équations

Chap 3 : Les nombres complexes

1. Généralités
2. Trigonométrie
3. Trinôme
4. Racine n -ième d'un complexe
5. Autres propriétés
6. Interprétation géométrique et complexe
7. L'exponentiel complexe

Chap 4 : Les fonctions numériques

1. L'ensemble \mathbb{R}
2. Fonctions à variables réelles
3. Les fonctions usuelles
4. Le calcul d'intégrale
5. Les équations différentielles

Chap 5 : L'ensemble \mathbb{R}

1. Les insuffisances de \mathbb{Q}
2. Propriétés de \mathbb{N}
3. Propriétés de \mathbb{R}

Chap 6 : Les suites

1. Généralités
2. Limite d'une suite
3. Les théorèmes importants
4. Suites particulières
5. Les suites du type $\begin{cases} u_{n_0} \text{ donné} \\ \forall n \geq n_0, u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$
6. Autres propriétés
7. Suites à valeurs dans \mathbb{C}

Chap 7 : Relation de domination, de négligeabilité, d'équivalence

1. Généralités
2. Relation de domination
3. Relation de négligeabilité
4. La relation d'équivalence pour les suites

Chap 8 : Limite et continuité

1. Limite
2. Opérations sur les limites
3. Théorèmes d'inégalités
4. Caractérisation séquentielle de la limite
5. Limite à droite et à gauche

Chap 9 : Dérivabilité

1. Dérivabilité en un point
2. Dérivabilité sur un intervalle
3. Dérivées d'ordre n
4. Fonctions à valeurs complexes

Chap 10 : Analyse asymptotique

1. Relations de comparaison
2. Approximation par la tangente
3. La formule de Taylor-Young
4. Développement limité
5. Développement asymptotique

Chap 11 : Les groupes

1. Généralités
2. Les sous-groupes
3. La structure d'anneau
4. Structure de corps

Chap 12 : Arithmétique

1. Divisibilité et division Euclidienne
2. PGCD et PPCM
3. Entiers premiers entre eux
4. PGCD de n entiers
5. Les nombres premiers
6. Congruence

Chap 13 : Polynômes formels à une indéterminée

1. Généralités
2. Diviseur, multiple et division Euclidienne
3. Racine d'un polynôme
4. Dérivation formelle
5. Relations entre coefficients et racines
6. Les polynômes de Lagrange
7. Arithmétique des polynômes
8. Décomposition d'un polynôme en facteurs irréductibles

Chap 14 : Le corps des fractions rationnelles

1. Généralités
2. Représentants irréductibles d'une fraction
3. Degré d'une fraction
4. Partie entière d'une fraction, pôle et racine
5. Décomposition en éléments simples

Chap 15 : Les espaces vectoriels

1. Généralités
2. Famille génératrice, libre, base
3. Les applications linéaires

Chap 16 : Espaces vectoriels en dimension finie

1. Généralités
2. Exemples fondamentaux
3. Sous-espace vectoriel
4. Famille libre, génératrice, base
5. Dimension et somme vectorielle
6. Applications linéaires
7. Applications linéaires en rang fini

Chap 17 : Calcul matriciel

1. Espaces de matrices
2. L'anneau des matrices carrées $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$

Chap 18 : Matrices et applications linéaires

1. Matrices et applications linéaires
2. Changement de base, équivalence et similitude

Chap 19 : Opérations élémentaires et systèmes linéaires

1. Opérations élémentaires sur les matrices
2. Systèmes linéaires

Chap 20 : Groupe symétrique

1. Le groupe symétrique
2. Décomposition d'une permutation
3. Signature d'une permutation

Chap 21 : Déterminant

1. Formes multilinéaires
2. Déterminant d'une famille de n vecteurs dans une base
3. Déterminant d'un endomorphisme
4. Déterminant d'une matrice carrée
5. Calculs de déterminants

Chap 22 : Ensembles finis et dénombrement

1. Ensembles finis
2. Dénombrement

Chap 23 : Probabilités sur un univers fini

1. Expériences aléatoires et événements
2. Probabilité
3. Probabilités conditionnelles
4. Indépendance

Chap 24 : Variables aléatoires sur un espace probabilisé fini

1. Notion de variable aléatoire
2. Espérance d'une variable aléatoire réelle
3. Variance et écart-type
4. Lois usuelles

Chap 25 : Vecteurs aléatoires

1. Couple de variables aléatoires
2. Indépendance de variables aléatoires
3. Covariance

Chap 26 : Espaces préhilbertiens réels

1. Produit scalaire
2. Orthogonalité
3. Bases orthogonales, bases orthonormées (ou orthonormales)
4. Projection orthogonale, distance à un sous-espace de dimension finie
5. Hyperplans d'un espace euclidien
6. Produit mixte dans un espace euclidien

Chap 27 : Isométries et matrices orthogonales

1. Isométries vectorielles
2. Matrices orthogonales
3. Isométries vectorielles en dimension 2

Chap 28 : Séries numériques

1. Généralités
2. Séries à termes positifs
3. Séries absolument convergentes
4. Représentation décimale des réels

Chap 29 : Intégration sur un segment

1. Intégration des fonctions en escalier
2. Fonctions uniformément continues
3. Fonctions continues par morceaux
4. Intégrale d'une fonction continue par morceaux
5. Sommes de Riemann
6. Brève extension aux fonctions à valeurs complexes

Chap 30 : Intégration et dérivation

1. Primitives et intégrales
2. Formules de Taylor
3. Retour sur les développements limités
4. Brève extension aux fonctions à valeurs complexes
5. Calcul de primitives